EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F

Varianta ….**080**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(2,3)$ şi $B(5,2)$.

(4p) **b)** Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A(2,3)$, $B(5,2)$ şi $C(4,6)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\cos x$,ştiind că $\sin x = 1$.

(4p) **d)** Să se determine înălțimea unui triunghi echilateral cu latura de lungime 2.

(2p) **e)** Să se determine numerele reale a şi b astfel încât punctele $A(2,3)$ şi $B(5,2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.

(2p) **f)** Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 3$, $AC = 4$ şi $m\left(\widehat{BAC}\right) = 90°$.Să se calculeze BC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze numărul funcțiilor $f : \{a,b\} \to \{1,2,3\}$ cu proprietatea $f(a)\cdot f(b) = 3$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^n \le n+1$.

(3p) **c)** Să se rezolve în **R**, ecuația $2^x - 1 = 0$.

(3p) **d)** Să se calculeze $1 + 4 + 7 + ... + 31$.

(3p) **e)** Se dau funcțiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = x + 5$. Să se calculeze $(g \circ f)(-1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \to \mathbf{R}$, $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se afle $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{n}$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinomul $f = X^2 - 4X + 3$.

(4p) **a)** Să se rezolve în **R,** ecuația $f(x) = 0$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **c)** Să se calculeze matricea A^2.

(2p) **d)** Să se arate că $f(A) = O_2$, unde $f(A) = A^2 - 4A + 3I_2$.

(2p) **e)** Să se arate că $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se verifice că $A^n = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3^n + 1 & 3^n - 1 \\ 3^n - 1 & 3^n + 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$.

(2p) **g)** Să se calculeze matricea $A + A^2 + A^3 + ... + A^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^8}{x^4 + 1}$.

(4p) **a)** Să se arate că $f(x) = x^4 - 1 + \frac{1}{x^4 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \left(f(x) - x^4 \right)$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} \left(x^4 + 1 \right) \cdot f(x) dx$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{n \to \infty} \frac{\frac{(1^4+1)f(1)}{1^5} + \frac{(2^4+1)f(2)}{2^5} + ... + \frac{(n^4+1)f(n)}{n^5}}{n^4}$.